

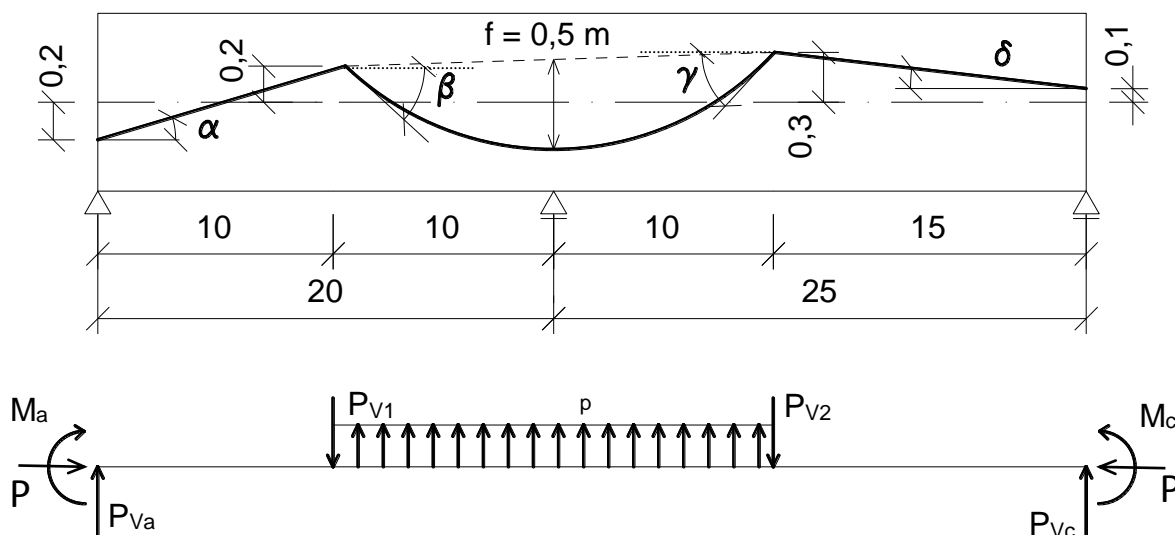
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Inovace předmětů navazujícího magisterského studijního programu Stavební inženýrství

CZ.1.07/2.2.00/07.0410

Příklad č.1: Výpočet účinků předpětí na staticky neurčitém nosníku

Na staticky neurčitém nosníku stanovte účinky předpětí (průběh normálové síly, posouvající síly a momentu). Přepínací síla $P=1000\text{kN}$. Kabel uvažujte jako plochý.



$$\text{Rovnice paraboly } y(x) = -\frac{4f}{l^2}x^2 + \frac{4f}{l}x + \frac{e_2 - e_1}{l}x + e_1$$

Poznámka: Osa x prochází těžištěm prvku s počátkem ($x=0$) ve vzdálenosti 10m od počátku nosníku. Excentricita a proměnná y je měřena od těžišťové osy x , kladná směrem dolů, záporná směrem nahoru.

$$\text{Derivace rovnice paraboly } y'(x) = -\frac{8f}{l^2}x + \frac{4f}{l} + \frac{e_2 - e_1}{l}$$

$$\text{tg}\beta = y'(x=0) = \frac{4fx}{l} + \frac{e_2 - e_1}{l} = \frac{4 \cdot 0,5}{20} + \frac{-0,3 + 0,2}{20} = 0,095 \Rightarrow \beta = 5,43^\circ$$

$$\text{tg}\gamma = y'(x=20) = -\frac{8fx}{l^2} + \frac{4f}{l} + \frac{e_2 - e_1}{l} = -\frac{8 \cdot 0,5 \cdot 20}{20^2} + \frac{4 \cdot 0,5}{20} + \frac{-0,3 + 0,2}{20} = -0,105 \Rightarrow \gamma = 6^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,4}{10} = 0,04 \Rightarrow \alpha = 2,29^\circ, \operatorname{tg} \delta = \frac{0,2}{15} = 0,0133 \Rightarrow \delta = 0,76^\circ$$

Ekvivalentní zatížení:

$$P_{Va} = P \cdot \operatorname{tg} \alpha = 40 \text{ kN},$$

$$P_{V1} = P \cdot (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) = 134,6 \text{ kN},$$

$$P_{V2} = P \cdot (\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \delta) = 117,8 \text{ kN},$$

$$P_{Vc} = P \cdot \operatorname{tg} \delta = 13,3 \text{ kN},$$

$$p = \frac{8fP}{l^2} = \frac{8 \cdot 0,5 \cdot 1000}{20^2} = 10 \text{ kN/m}$$

$$M_a = -200 \text{ kNm},$$

$$M_c = 100 \text{ kNm}$$

Nosník je jedenkrát staticky neurčitý. Pro výpočet vnitřních sil lze použít třímomentovou větu, ze které získáme celkový moment nad podporou M_b^c

$$M_b^c(\alpha_{ba} + \alpha_{bc}) + \varphi_{ba} + \varphi_{bc} = 0$$

$$\alpha_{ba} = \frac{l}{3} = \frac{20}{3}, \alpha_{bc} = \frac{l}{3} = \frac{25}{3}$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{ba}^p &= \frac{qa^2}{24l} (2l - a)^2 = -\frac{10 \cdot 10^2}{24 \cdot 20} (2 \cdot 20 - 10)^2 = -1875 \\ \varphi_{ba}^{Pv1} &= \frac{Fab}{6l} (l + a) = \frac{134,6 \cdot 10 \cdot 10}{6 \cdot 20} (20 + 10) = 3365 \\ \varphi_{ba}^{Ma} &= \frac{M_a}{6} l = \frac{-200}{6} 20 = -666,66 \end{aligned} \right\} \varphi_{ba} = 823,34$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{bc}^p &= \frac{qa^2}{24l} (2l - a)^2 = -\frac{10 \cdot 10^2}{24 \cdot 25} (2 \cdot 25 - 10)^2 = -2666,66 \\ \varphi_{bc}^{Pv2} &= \frac{Fab}{6l} (l + a) = \frac{117,8 \cdot 10 \cdot 15}{6 \cdot 25} (25 + 15) = 4712 \\ \varphi_{bc}^{Mc} &= \frac{M_c}{6} l = \frac{100}{6} 25 = 416,66 \end{aligned} \right\} \varphi_{bc} = 2462,$$

$$M_b^c(\alpha_{ba} + \alpha_{bc}) + \varphi_{ba} + \varphi_{bc} = 0$$

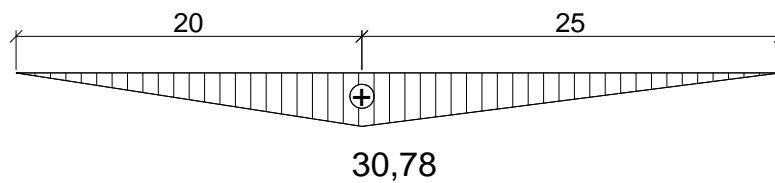
$$M_b^c \left(\frac{20}{3} + \frac{25}{3} \right) + 826,34 + 2462 = 0$$

$$M_b^c = -219,22 \text{ kNm}$$

Získali jsme celkový moment od předpětí, protože jsme při výpočtu stočení u podpory b (φ_{ba} a φ_{bc}) nezahrnuli účinky primárního momentu v podpoře b . Abychom získali sekundární moment v podpoře b , musíme od celkového momentu tento primární moment odečíst. V podpoře b působí síla P na excentricitě 0,25m.

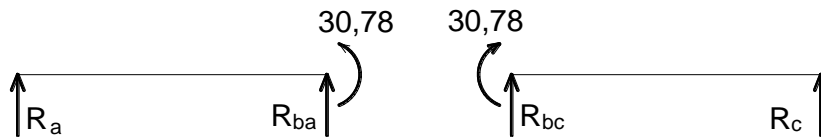
$$M_b^s = M_b^c - M_b^p = -219,22 - (-0,25 \cdot 1000) = 30,78 \text{ kNm}$$

Průběh sekundárního momentu po délce nosníku



Výpočet reakcí:

Reakce jsou sekundární účinky předpětí a lze je tedy počítat ze sekundárního momentu. Reakce získáme např. tak, že konstrukci rozdělíme na prosté nosníky a zrušenou vazbu nahradíme tak, že je zatížíme sekundárním momentem v podpoře b :



Nosník a-b:

$$\sum M_b : R_a \cdot 20 - 30,78 = 0 \Rightarrow R_a = 1,54 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_a : R_{ba} \cdot 20 + 30,78 = 0 \Rightarrow R_{ba} = -1,54 \text{ kN} \downarrow$$

Nosník b-c:

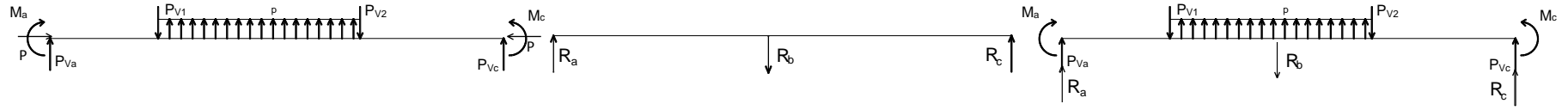
$$\sum M_b : R_c \cdot 25 - 30,78 = 0 \Rightarrow R_c = 1,23 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_c : R_{bc} \cdot 25 + 30,78 = 0 \Rightarrow R_{bc} = -1,23 \text{ kN} \downarrow$$

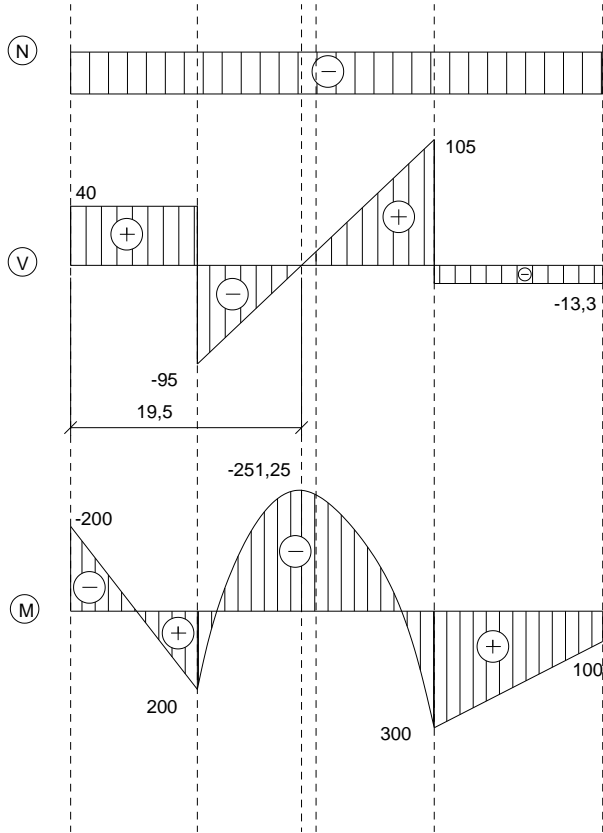
$$\text{Reakce v podpoře } b: R_b = R_{ba} + R_{bc} = -1,54 - 1,23 = -2,77 \text{ kN}$$

Reakce R_b je záporná, znamená to, že působí opačně, než je předpokládáno na obrázku (působí směrem dolů).

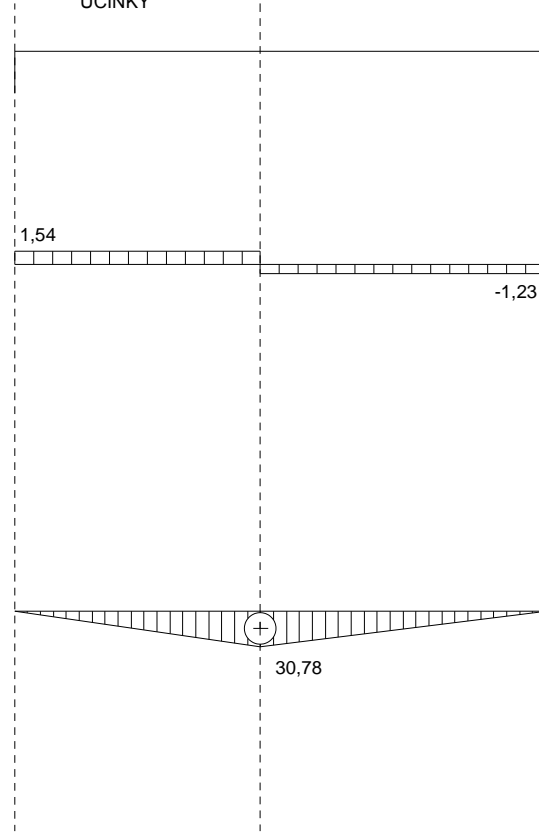
Poznámka: Ekvivalentní zatížení na od předpětí na prostých nosnících $a-b$ a $b-c$ nevyvozuje žádné reakce. Proto celkové reakce jsou totožné s reakcemi sekundárními.



PRIMÁRNÍ ÚČINKY



SEKUNDÁRNÍ ÚČINKY



CELKOVÉ ÚČINKY

